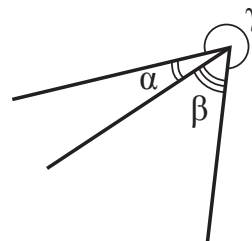


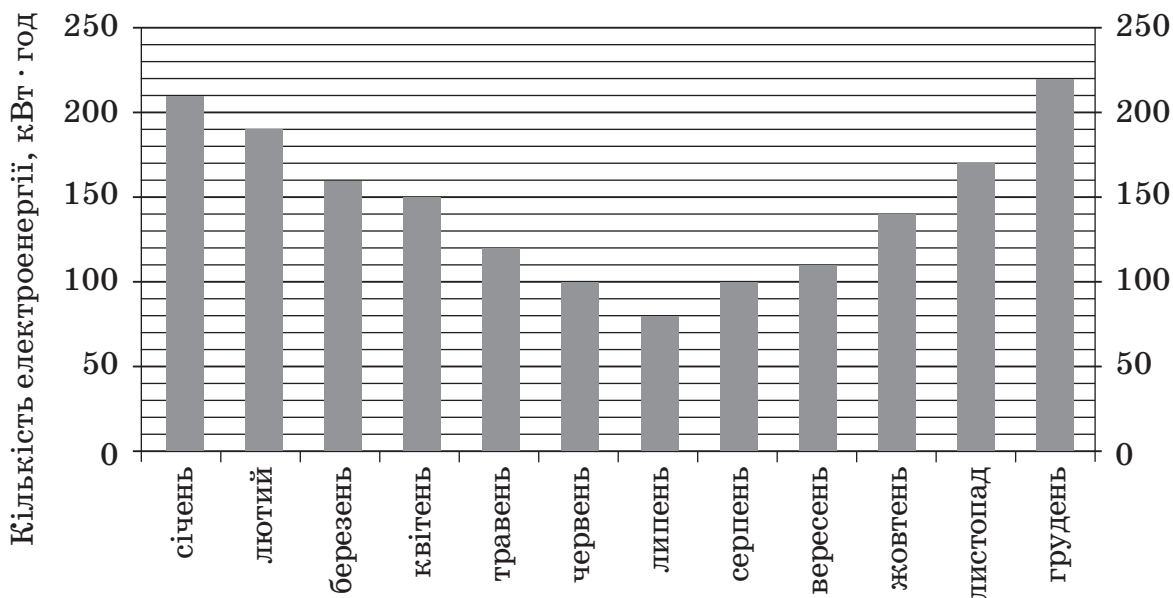
**Зовнішнє незалежне оцінювання 2013 року
з математики
(Основна сесія № 2)**

1. Три промені зі спільним початком лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута γ , якщо $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 50^\circ$.



А	Б	В	Г	Д
330°	290°	250°	160°	110°

2. Діаграма, зображена на рисунку, містить інформацію про кількість електроенергії (у кВт · год), спожитої певною сім'єю в кожному місяці 2012 року. Користуючись діаграмою, установіть, які з наведених тверджень є правильними.
- I. У грудні порівняно з липнем спожито електроенергії більше, ніж у 2 рази.
 - II. За всі літні місяці спожито електроенергії на 150 кВт · год менше, ніж за всі весняні місяці.
 - III. Середньомісячне споживання електроенергії за рік є більшим за 120 кВт · год.



А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I і II	лише I і III	лише II і III	I, II і III

3. Остача від ділення натурального числа k на 5 дорівнює 2. Укажіть остачу від ділення на 5 числа $k + 21$.

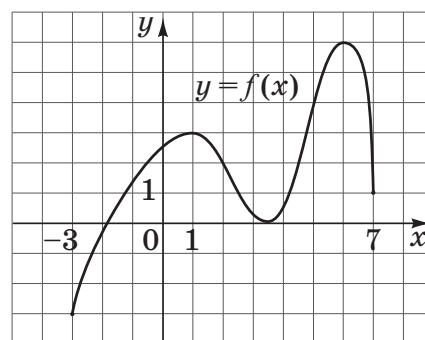
А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

4. У геометричній прогресії (b_n) задано $b_3 = 0,2$; $b_4 = \frac{3}{4}$. Знайдіть знаменник цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{15}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{11}{20}$

5. На рисунку зображено графік неперервної функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку $[-3; 7]$. Скільки всього точок екстремуму має ця функція на відрізку $[-3; 7]$?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	5	6



6. Які з наведених тверджень є правильними?
- Через дві прямі, що перетинаються, можна провести лише одну площину.
 - Через точку, що не належить площині, можна провести безліч прямих, паралельних цій площині.
 - Якщо дві різні площини паралельні одній і тій самій прямій, то вони паралельні між собою.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I і II	лише I і III	лише II і III	I, II і III

7. Розв'яжіть рівняння $2x(x + 2) = 5(x + 2)$.

А	Б	В	Г	Д
-2,5; 2	-2	2,5	-2; 0,4	-2; 2,5

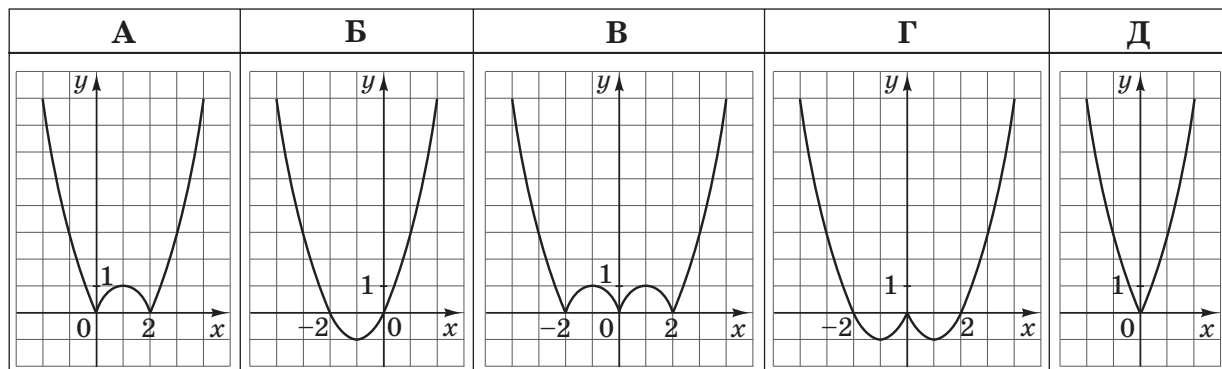
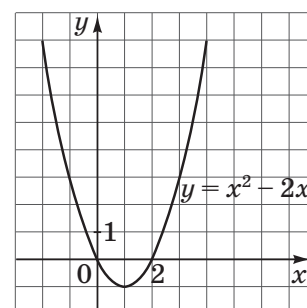
8. Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x-5} < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 5)$	$(-\infty; -5)$	$(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$	$(-5; +\infty)$	$(5; +\infty)$

9. Якщо $x + 2y - 6z = -1$ і $-y + 3z = 5$, то $x =$

А	Б	В	Г	Д
9	11	4	-9	-11

10. На рисунку зображено графік функції $y = x^2 - 2x$.
Укажіть графік функції $y = |x^2 - 2x|$.



11. $\frac{\lg 25}{\lg 5} =$

А	Б	В	Г	Д
$\lg 5$	5	$\lg 20$	2	0,5

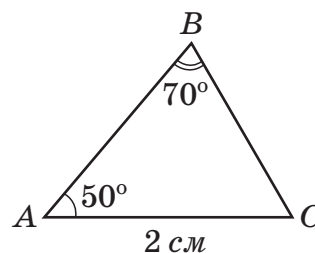
12. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 см, а периметр її бічної грані – 22 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.

А	Б	В	Г	Д
66 см^2	72 см^2	96 см^2	114 см^2	264 см^2

13. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, якщо $\frac{\sqrt{3}a - \sqrt{3}b}{ab} = \sqrt{12}$.

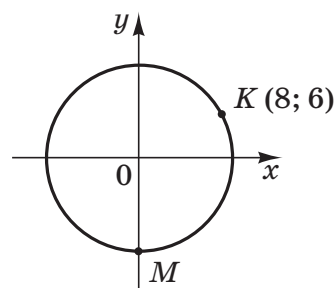
А	Б	В	Г	Д
-2	0,5	2	3	6

14. У трикутнику ABC задано $AC = 2 \text{ см}$, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 70^\circ$ (див. рисунок). Визначте BC (у см) за теоремою синусів.



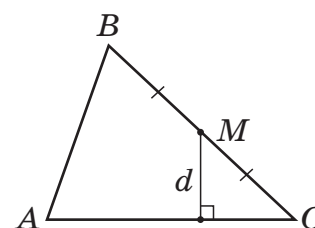
А	Б	В	Г	Д
$BC = \frac{2\sin 70^\circ}{\sin 50^\circ}$	$BC = \frac{\sin 50^\circ}{2\sin 70^\circ}$	$BC = \frac{2}{\sin 50^\circ \sin 70^\circ}$	$BC = \frac{\sin 70^\circ}{2\sin 50^\circ}$	$BC = \frac{2\sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}$

15. На координатній площині xu зображено коло, центр якого збігається з початком координат (див. рисунок). Точки $K(8; 6)$ і $M(x; y)$ належать цьому колу. Визначте координати точки M .



А	Б	В	Г	Д
$(-10; 0)$	$(10; 0)$	$(0; -14)$	$(0; -10)$	$(0; 10)$

16. У трикутнику ABC точка M – середина сторони BC , $AC = 24$ см (див. рисунок). Знайдіть відстань d від точки M до сторони AC , якщо площа трикутника ABC дорівнює 96 см².



А	Б	В	Г	Д
2 см	3 см	4 см	6 см	8 см

17. Спростіть вираз $\sin^2\alpha(1 - \operatorname{ctg}^2\alpha)$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos(2\alpha)$	$\operatorname{tg}^2\alpha$	1	$\operatorname{ctg}^2\alpha$	$-\cos(2\alpha)$

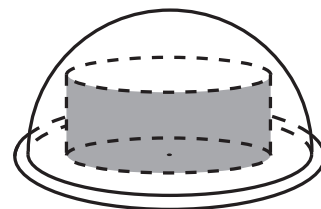
18. Знайдіть похідну функції $y = e^{-2x}$.

А	Б	В	Г	Д
$y' = e^{-2x}$	$y' = -2e^{-2x}$	$y' = -2xe^{-2x-1}$	$y' = 2e^{-2x}$	$y' = -\frac{1}{2}e^{-2x}$

19. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,4} x \geq \log_{0,4} 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2]$	$(0,4; 2]$	$(0; +\infty)$	$[2; +\infty)$	$(0; 2]$

20. Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (див. рисунок). Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим за радіус круга. Укажіть *найбільше* з наведених значень, якому *може* дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.



А	Б	В	Г	Д
3 см	5 см	6 см	7 см	8 см

21. З пунктів A і B одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший – зі швидкістю x км/год, другий – зі швидкістю y км/год ($x > y$). Через t годин ($t > 1$) вони зустрілися в точці C і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків.

До кожного запитання (1–4) доберіть правильну відповідь (А–Д).

Запитання	Відповідь
1 На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 годину після початку руху?	А $(x + y)t$
2 Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами A і B (y км)?	Б $(x - y)t$
3 На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час від початку руху до моменту зустрічі?	В $\frac{yt}{x}$
4 За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки C до пункту B ?	Г $\frac{(x - y)t}{y}$
	Д $x + y$

22. Установіть відповідність між твердженням (1–4) та функцією (А–Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження	Функція
1 графік функції не перетинає жодну з осей координат	А $y = -x + 2$
2 областю значень функції є проміжок $(0; +\infty)$	Б $y = x^2 - 2$
3 функція спадає на всій області визначення	В $y = -\frac{1}{x}$
4 на відрізку $[-1,5; 1,5]$ функція має два нулі	Г $y = 3^x$
	Д $y = \cos x$

23. У прямокутній системі координат на площині дано вектори $\vec{a} (3; 4)$ і $\vec{b} (-2; 2)$. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

Закінчення речення

- | | | | |
|---|--|---|-----------------|
| 1 | Довжина вектора \vec{a} | А | дорівнює 7. |
| 2 | Сумою векторів \vec{a} і $\vec{c} (-3; k)$ є нульовий вектор, якщо k | Б | дорівнює 2. |
| 3 | Вектори \vec{b} і $\vec{d} (-4; m)$ колінеарні, якщо m | В | дорівнює -4 . |
| 4 | Скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} | Г | дорівнює 5. |
| | | Д | дорівнює 4. |

24. Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1–4), та формулою (А–Д) для обчислення його об'єму V .

- 1 квадрат зі стороною a обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1)
- 2 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2)
- 3 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3)
- 4 круг, радіус якого дорівнює $\frac{3}{4}a$, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4)

А $V = \frac{1}{3} \pi a^3$

Б $V = \frac{9}{16} \pi a^3$

В $V = \frac{2}{3} \pi a^3$

Г $V = \pi a^3$

Д $V = 2\pi a^3$

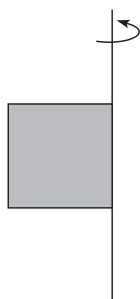


Рис. 1

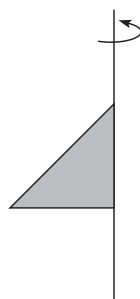


Рис. 2

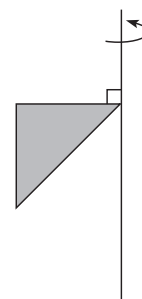


Рис. 3

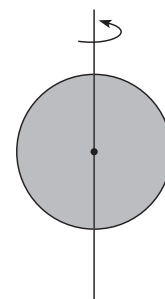


Рис. 4

25. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 200 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку?

26. Розв'яжіть рівняння $3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$.

27. Знайдіть значення виразу $|y - 2x|$, якщо $4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{9}{4}$.

28. Знайдіть *найбільше* значення функції $y = \frac{(1 - 2\cos x)^4}{2}$.

29. У прямокутний трикутник ABC вписано коло, яке дотикається катетів AC та BC у точках K і M відповідно. Знайдіть радіус кола, *описаного* навколо трикутника ABC (у см), якщо $AK = 4,5$ см, $MB = 6$ см.

30. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \frac{22}{3} - (x + 1)^2$ і прямими $y = \frac{x}{3}$, $x = -1$ та $x = 1$.

31. У фестивалі беруть участь 25 гуртів, серед яких є по одному гурту з України і Чехії. Порядок виступу гуртів визначається жеребкуванням, за яким кожен із гуртів має однакові шанси отримати будь-який порядковий номер від 1 до 25. Знайдіть імовірність того, що на цьому фестивалі гурт з України виступатиме першим, а порядковий номер виступу гурту з Чехії буде парним.
32. Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120° . Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30° . Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у $см^2$), якщо її висота дорівнює 4 см.
33. При якому *найбільшому* від'ємному значенні параметра a рівняння

$$\sqrt[4]{|x| - 1} - 2x = a \text{ має один корінь?}$$